La spesa energetica nell'arrampicata

di Piero Villaggio

Riassunto:
in questo articolo si propone un modello grossolano per calcolare quanta energia viene dissipata durante la salita di una parete verticale tenendo conto della natura del terreno (se liscio o appigliato) e del caso in cui l'arrampicatore sia in movimento oppure in fase di sosta per ispezionare appigli e appoggi circostanti. Il calcolo dell'energia consumata è fatto applicando un'antica formula proposta più di un secolo e mezzo fa, nota come legge di Sarrus e Rameau.

1. Introduzione

Da quando la specie umana è comparsa sulla Terra, circa otto milioni di anni fa (cf. Diamond [2]), l'arrampicare ha costituito una delle attività più importanti per garantire la sopravvivenza. Salire gli alberi era necessario per raggiungerne i frutti, superare i salti di terreno verticali era vitale per poter catturare una preda oppure per sfuggire ad una improvvisa aggressione. Questa operazione istintiva fu sempre eseguita nei successivi millenni: dai marinai per fissare le vele sugli alberi delle imbarcazioni, dagli operai per salire e scendere lungo le pareti degli edifici in costruzione, dai guerrieri per conquistare i bastioni delle fortezze.
Negli ultimi decenni del XIX secolo, quando gli alpinisti devolsero il loro interesse dalla conquista delle cime delle montagne all'ascesa delle loro pareti, l'arrampicare divenne una delle attività sportive più appassionanti del secolo successivo. G. A. Mummery scrisse "Per quanto riguarda me, continuerò ad arrampicare anche se non ci sarà più panorama da contemplare" (citato da Salomon e Vigier [5, pag. 9]). Tuttavia l'arrampicata sulle pareti delle montagne possiede una caratteristica forse unica rispetto alle altre attività sportive, e più precisamente la varietà, come a ragione nota Michael Loughman nell'introduzione del suo manuale [4, pag. 1]. Infatti l'arrampicatore non sa mai che razza di sforzo lo attende un metro sopra la testa perché deve prima toccare gli appigli per decidere se sono utilizzabili e per giudicare se sono saldi.
Questo spiega perché i manuali di arrampicata, così prodighi di dettami sulle manovre di sicurezza e di uso dei materiali, siano così poveri di istruzioni sul come uno debba esattamente spostare in successione gli arti ed il corpo su una parete difficile. Essi si limitano a riportare le fotografie di un alpinista esperto in arrampicata su una parete verticale, in traversata, in camino, in fessura, in uno strapiombo, ma non dicono come il peso del corpo venga ripartito fra gli arti in quelle situazioni, né se lo stesso passaggio possa essere superato in maniera diversa. Di recente, le gare di arrampicata su pareti artificiali hanno dimostrato che la soluzione brillante di un passaggio estremo non è necessariamente unica. E poi un altro aspetto caratteristico dell'arrampicata è che i movimenti che essa comporta sono sostanzialmente lenti, perché chi sale deve spendere spesso minuti e minuti incollato alla parete per ispezionare il terreno sovrastante. Dal punto di vista della meccanica classica egli non compie lavoro, mentre il lavoro anaerobico è intensissimo, sebbene, purtroppo, non lo si sappia ancora valutare esattamente in termini di lavoro meccanico.
Noi ci proponiamo qui di esaminare questa affascinante questione.


Posizione di riposo sul calcare di Ceüse (foto M. Penasa)

2. La preistoria

Sebbene la biomeccanica sia ritenuta una disciplina recente, già nei primi decenni dell'ottocento venne proposto un modello esplicativo della locomozione umana. Esattamente nel 1836 i fratelli Wilhelm E. Weber e Ernst Weber proposero una teoria "pendolare" della deambulazione. Per inciso, Wilhelm Weber fu uno dei fondatori della teoria dell'elettricità e del magnetismo. La teoria pendolare è ancora applicata oggi. Ulteriori dettagli si trovano nel testo capolavoro di D'Arcy Thompson [1]. Essa considera il corpo umano in movimento come un punto pesante G sostenuto da due barrette rigide rappresentanti le gambe (Fig. 1). Se A e B sono i due punti d'appoggio iniziali e B precede A, l'avanzamento è causato dalla rotazione rigida di BG attorno a B fino a portare G in G' allo stesso livello percorrendo un arco di cerchio GG'. Il segmento GG' rappresenta così la lunghezza del passo e la distanza h del vertice dell'arco di cerchio dalla orizzontale GG', moltiplicata per il peso, diciamo P, di G ci dà il lavoro compiuto ad ogni passo, precisamente P•h.

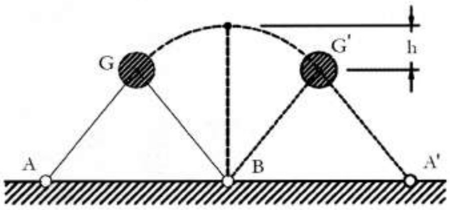


Fig. 1 - Nella teoria pendolare la camminata è vista come successione di rotazioni rigide delle gambe.

Come tutte le teorie geniali, quella dei Weber è riduttiva, nel senso che si limita a determinare il lavoro, una grandezza fondamentale, ignorando molte altre questioni collaterali, seppure importanti. Per esempio, è utile sapere come i muscoli delle gambe si ripartiscono questo lavoro, quale sia l'influenza del resto del corpo schematizzato come un punto pesante, quanto giochi la velocità di avanzamento, e altro ancora. Tuttavia essa si può estendere facilmente ad altre forme di moto: per esempio, la salita su un pendio, la corsa, lo sci di fondo, e persino la convenienza dell'ausilio dei bastoncini per utilizzare le braccia.

D'altra parte, ci sono delle questioni irrisolte. Una di queste è la seguente. Se allunghiamo il passo GG', aumentiamo h e dunque il lavoro P•h, ma facciamo meno passi per raggiungere il traguardo. E allora quale è la strategia ottima per scegliere l'andatura più economica? Evidentemente il modello pendolare va qui arrichito da altri ingredienti di natura anatomica e fisiologica.

3. Le ipotesi di base

Ammesso che un arrampicatore, fermo per ispezionare un passaggio difficile, non dissipi lavoro meccanico esplicito, ma solo fisiologico, si pone la domanda di come convertire quest'ultimo in termini di lavoro classico. Su questa questione c'è molta incertezza. Alcuni propongono come parametro di equivalenza la frequenza del battito cardiaco, altri la produzione di acido lattico. In altri termini, uno sforzo statico ed uno accompagnato da movimento sono equivalenti se, alla fine, si registra la stessa frequenza di pulsazioni del cuore o la stessa quantità di acido lattico nel muscolo impegnato nello sforzo. Purtroppo questi criteri sono poco pratici perché richiedono misure pazienti eseguibili solo in laboratorio. Un modo disinvolto di aggirare l'ostacolo è invece quello di postulare direttamente una legge di equivalenza. I tentativi per mettere in relazione uno sforzo muscolare con la potenza spesa risalgono alla prima metà del XIX secolo, certamente prima del 1839 quando Sarrus e Rameau (citati da Wilkie [7]) proposero una legge di consumo metabolico a riposo del tipo $W = k \cdot (P)^{2/3}$, dove W è la potenza, P il peso dell'animale, e k una costante che vale 3.416 se W è espresso in watt e P in kg. La legge vale anche quando l'animale è in movimento, ma, in questo caso P è la forza totale espressa dai muscoli e k può raggiungere un valore superiore di dieci volte in condizioni di sforzo massimo. Per illustrare le conseguenze, supponiamo che un arrampi-

catore pesante 70 kg eserciti una forza totale di 100 kg a causa delle varie opposizioni degli arti e che la mantenga per 10 secondi. Allora, rinviando per il momento i calcoli, la legge di Sarrus e Rameau ci dice che, se lui è al limite dello sforzo, compie un lavoro di circa 748 kgm, equivalente a sollevare il suo peso di 10.7 metri.
La legge di Sarrus e Rameau non specifica tuttavia se lo sforzo totale P sia esercitato dalle braccia oppure dalle gambe. Le esperienze indicano che, a parità di peso, il lavoro fisiologico delle braccia è circa il triplo di quello esplicato dalle gambe (cf. Hettinger [3, pag. 44]). Dunque, nel calcolo del lavoro, sia in fase di sosta che di progressione, bisogna tener conto di quanta parte del peso P è affidato alle une oppure alle altre. Questa legge, che si aggiunge a quella di Sarrus e Rameau, la definiamo come quella degli "arti differenziati".
Essa naturalmente non è nuova perché è semplicemente la versione quantitativa della regola tradizionale di sfruttare al massimo la forza dei muscoli degli arti inferiori durante l'arrampicata.
Infine, per descrivere più realisticamente la situazione, dobbiamo tenere presente che la forza (e quindi il lavoro fisiologico) espressa da un arto dipende fortemente dalla posizione. Per esempio, sostenere una valigia di peso P = 40 kg con un braccio teso verso il basso richiede una forza di 40 kg, e così pure, almeno teoricamente, se uno la sostenesse con il braccio completamente flesso avendo portato il manico all'altezza delle spalle. Ma questa posizione è impossibile, e pertanto chi lavora in biomeccanica ha proposto che, a braccio contratto, il sostegno di una valigia di 40 kg richieda uno sforzo equivalente a tenere su un peso di 60 kg con il braccio teso. Tuttavia la posizione più impegnativa è quella in cui la flessione del gomito è di 90° perché in tal caso la forza richiesta è quasi tripla (cf. Zaciorkij [8]). Dunque le posizioni più economiche sono quelle ad arti estesi, come sanno gli arrampicatori e, così pure, le scimmie quando sostano appese ai rami degli alberi.
Riassumendo, la regola di Sarrus e Rameau ci permette di confrontare il lavoro dinamico con lo sforzo statico, e le altre due ci dicono che uno sforzo esercitato dalle sole braccia è tre volte più costoso, a parità di carico, di uno sforzo esplicato dalle sole gambe, e che il sostegno di un peso con un arto flesso a 90° è tre volte più costoso di quando la stessa operazione venga effettuata con lo stesso arto completamente esteso. L'arrampicata più economica, sia in fase di sosta che di movimento, deve tenere conto di questi vincoli. Un problema di questo tipo si dice, in termini matematici, di "minimo condizionato". Vediamo di esaminare alcuni casi tipici.

4. Le posizioni statiche

Per semplificare le figure si può ridurre il tronco e la testa del corpo ad un punto pesante G coincidente con il baricentro, proprio come è stato fatto nella teoria dei Weber. Per far ciò, invece di ragionare su uno schema come quello rappresentato in fig. 2(a), operiamo su quello indicato nella fig. 2(b), che riguarda il sistema come uno sferoide pesante dal cui centro partono quattro braccia articolate.

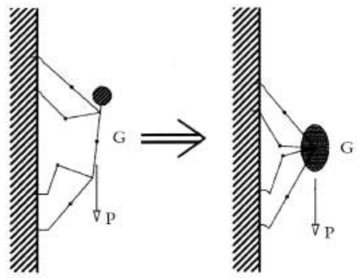


Fig. 2 - a) Lo schema articolato
- b) Lo schema uomo-ragno

Adesso si pone una questione difficile. Abbiamo finora ragionato, seppure con ipotesi disinvolte, sul prezzo che si paga a seconda degli arti che si impegnano e della loro flessione. Ma bisogna anche descrivere in qualche modo la natura della parete: appigliata, moderatamente scabrosa, liscia? Questo è un problema irrisolubile, che però costituisce il fascino dell'alpinismo. Ma esaminiamo tre casi esemplari.

Si consideri una parete verticale, dotata di grandi appigli per le mani, ma con diverse qualità d'appoggio per i piedi: appoggi completi, su sporgenze tali da collocarvi con tranquillità i piedi; appoggi parziali, per dimensione e inclinazione, sfruttabili parzialmente (si può affidare ad essi solo la metà del peso corporeo P); parete perfettamente liscia per quanto riguarda l'uso dei piedi, ancora provvista di grandi buchi dove inserire le mani.
Il caso della parete ricca di appoggi è disegnato nella fig. 3, ove questi sono indicati con punti neri. Ivi possiamo rimanere attaccati a braccia tese (a) o con le braccia completamente flesse (b).

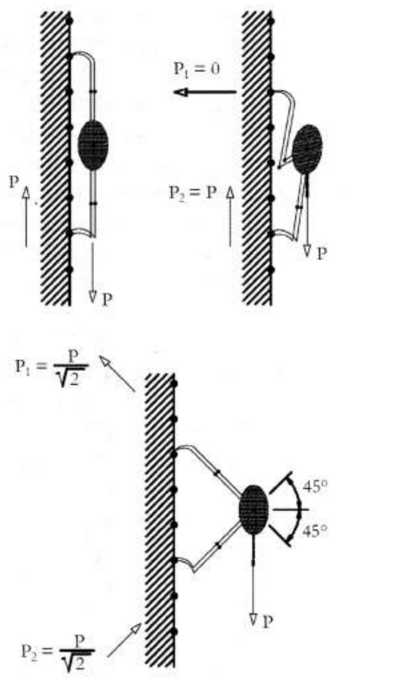


Fig. 3
a) Peso sulle sole gambe, Stot = P.
b) Peso (in teoria) sulle gambe, Stot = P.
c) Peso a distribuzione parziale su gambe e braccia a 45°, Stot = 2.43 P

Ma siccome il peso P grava tutto sui piedi le due posizioni (a) e (b) della fig. 3 sono teoricamente equivalenti, anche se, a causa della inevitabile eccentricità dovuta alle flessione delle braccia, la posizione (b) richiede un piccolo sforzo orizzontale P1, per cui (b) è un po' più svantaggiosa di (a). Comunque, ignorando questo particolare, diciamo che i due assetti (a) e (b) sono quelli di minima dissipazione perché il peso totale P è sostenuto esclusivamente dalle gambe tese. In questo caso lo sforzo totale Stot da fare comparire nella legge di Sarrus-Rameau è esattamente P. Tuttavia una delle operazioni più frequenti che lo scalatore esegue in stato di sosta per ispezionare il terreno è quella di protendersi verso l'esterno tendendo le braccia e inclinando le gambe rispetto alla parete verticale. Supponendo che quest'angolo sia di 45° (Fig. 3(c)), ne consegue, per l'equilibrio del triangolo, che le braccia esercitino una forza di trazione $P1/\sqrt{2}$ e le gambe una forza di sostegno $P2/\sqrt{2}$. Penalizzato l'intervento delle braccia di un fattore tre, lo sforzo totale è Stot = $(3/\sqrt{2} + 1/\sqrt{2}) \cdot P$, cioè 2.83 P.
Consideriamo ora il caso di una parete moderatamente scabra (fig. 4) e supponiamo che, o per la natura degli appoggi o per l'attrito, essa sia tale da associare ad una spinta orizzontale P2 dei piedi una componente verticale P1 che abbia il valore massimo P1 = $(\mathrm{tg}\varphi) \cdot P2$ dove φ è l'angolo di attrito ($\varphi \leq 45°$). Ciò significa che, nella posizione di massimo sfruttamento degli appoggi a gambe estese, queste devono essere inclinate di un angolo φ rispetto all'orizzontale.

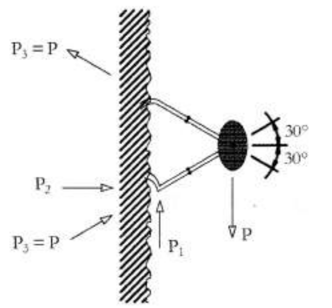


Fig. 4 - Scabrosità caratterizzata da un angolo φ = 30°, Stot = 4P.

Supponiamo che le braccia, anch'esse tese, formino un angolo φ = 30° con l'orizzontale. Allora troviamo che gambe e braccia trasmettono uno sforzo uguale P3 = P, e quindi,

ancora penalizzando le braccia con il fattore 3, otteniamo che lo sforzo totale è Stot = (3+1) •P = 4P.
Se invece l'angolo d'attrito fosse $\varphi = 15°$ uno troverebbe il valore Stot = 7.81P, cioè Stot crescerebbe di circa due volte!
Per $\varphi = 0$ si recupera il caso della parete completamente liscia in quanto concerne gli appoggi. Viceversa, per semplicità, continuiamo a supporre che essa sia ricca di comodi appigli per le mani. In questo caso l'arrampicatore ha due scelte. La prima è quella di affidarsi completamente alle braccia rimanendo attaccato ad essa come un pipistrello (fig. 5(a)); l'altra è di disporsi a triangolo con le gambe perpendicolari alla parete (fig. 5(b)). Nella prima posizione il peso P è sostenuto solo dalle braccia e quindi, con la solita tassa del fattore 3, si trova Stot = 3P. Questo risultato è sorprendente perché, per esperienza, ci si aspetta che, appeso solo alle mani, il corpo consumi molto di più. E ciò è infatti vero, se si considera che l'alimentazione sanguigna delle braccia deve pompare il sangue verso l'alto, che richiede ulteriore lavoro. Per tenerne conto occorre complicare lo schema rispetto a questa trattazione.
La posizione della fig. 5(b) è invece necessaria qualora, in sosta, uno voglia osservare da una prospettiva più ampia il tratto di parete che lo sovrasta. Se le braccia sono inclinate di 45° rispetto alla orizzontale, per l'equilibrio sappiamo che la spinta P2 delle gambe è P e la forza di trazione delle braccia è P1 = √2•P. Allora lo sforzo è Stot = (3√2+1)•P = 5.24P.

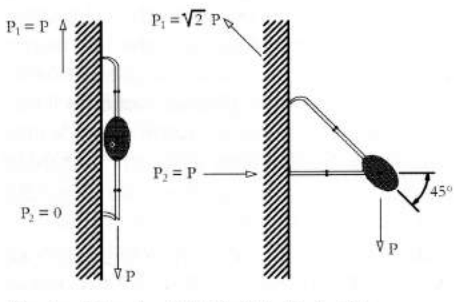


Fig. 5 - a) tecnica "pipistrello". Stot = 3P.
b) tecnica "gru". Stot = 5.24P.

Di tutti questi valori dello sforzo totale calcolato in alcune situazioni esemplari si risale al lavoro speso applicando la formula di Sarrus-Rameau. Tanto per offrire un esempio numerico, si consideri il caso in cui Stot = 100 kg, che questo sforzo sia massimale per il soggetto che arrampica, e che sia esercitato per un tempo t uguale a 10 secondi. Quindi al coefficiente k deve essere attribuito il valore estremo k = 3.416•10 = 34.16 e il lavoro consumato risulta L = k•(Stot)$^{2/3}$•t = 34.16•100$^{2/3}$•10 = 7.34•10^3 J cioè 748 kgm.
È alquanto sorprendente che Gervasutti, probabilmente ignaro di fisiologia, abbia scritto che lo sforzo massimale può essere esercitato non più di 10 secondi!
A questo punto sorge un interrogativo. Durante una scalata gli intervalli di massimo sforzo sono presumibilmente brevi e rari, se non altro per motivi di sicurezza. Allora, se procediamo al di sotto del massimo sforzo, come si può tenerne conto? Il modo più semplice è quello di modificare il coefficiente k mediante interpolazione lineare fra il valore 3.416 dello stato di riposo al valore 34.16 corrispondente al massimo sforzo. Per esempio, se uno esercita i 2/3 del suo limite di sforzo, deve porre k = (2/3)•(34.16-3.416) = 20.5. Tale metodo può essere perfezionato sfruttando dati sperimentali più accurati (cf. Hettinger [3, pag. 59]).

5. La fase di progressione

Qui, inaspettatamente, il problema è diverso. È molto più semplice per quanto riguarda il calcolo del lavoro meccanico perché lo si può ottenere senza ricorrere alla legge di Sarrus-Rameau, ma è terribilmente più complicato perché lo stesso passaggio si può superare in modi diversi, con la stessa eleganza e con lo stesso consumo.
Per non invischiarci in una casistica infinita, limitiamoci ad esaminare una forma di ascesa tipica su una parete verticale, quando questa è ricca d'appigli per le mani mentre per i piedi deve sfruttare un terreno gradinato, scabroso, oppure liscio. Il caso paradigma è quello di un corpo che risale una parete verticale (fig. 6) da una posizione (a), in

cui la gamba sinistra è flessa e sopporta praticamente tutto il peso P, e le braccia sono tese, ad una posizione d'arrivo (b) in cui la gamba sinistra è tesa, mentre le braccia sono contratte.

L'innalzamento è in teoria determinato dalla contemporanea estensione della gamba sinistra, collocazione di quella destra su un appoggio superiore, caricamento del peso P su questo appoggio, successiva distensione delle braccia, e successivo innalzamento del corpo impegnando la gamba destra. In questo schema ideale le braccia non dovrebbero mai trasmettere carico. Questo tipo di salita è proposto in almeno tre manuali pubblicati a distanza di dieci anni l'uno dall'altro (Sturm e Zintl [6, pag. 16], Loughman [4, pag. 25], Zak e Gschwendtner [9, pag. 29]).

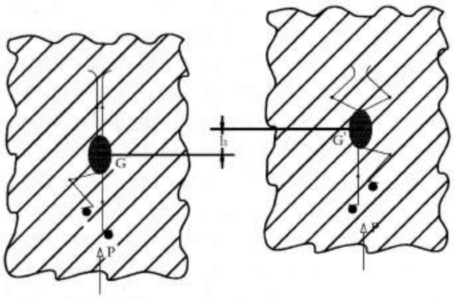


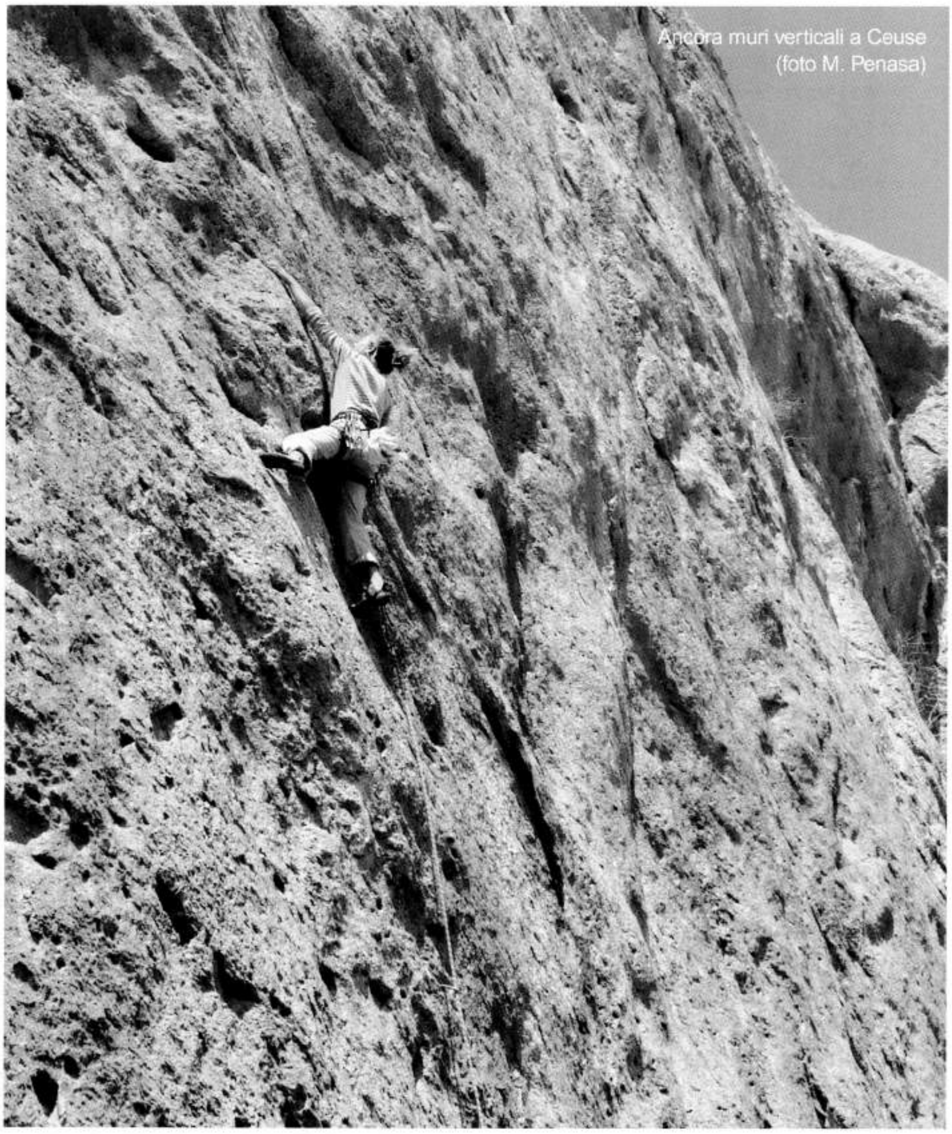
Fig. 6 - a) Posizione di partenza
b) Posizione d'arrivo.

Il calcolo del lavoro meccanico nel passaggio da (a) a (b) è ovviamente P•h dove h è il livello fra i due baricentri G e G'. Un valore realistico di h corrisponde ad escursioni non troppo faticose degli arti di circa 0.50 m. Se uno impiegasse 10 secondi per effettuare il movimento, viaggerebbe con la velocità di 180 m/h. Ma il lavoro meccanico puro non tiene conto del fatto che, essendo l'arrampicata un'attività relativamente lenta, il lavoro statico non può essere tranquillamente trascurato sebbene lo sforzo totale, che in questo caso è semplicemente P, sia molto al di sotto di quello massimale. Quindi il coefficiente k si può ritenere di poco superiore al suo valore minimo. Se, per esempio, poniamo k = 5, la legge di Sarrus-Rameau dà $L = k \cdot (P)^{2/3} \cdot t = 5 \cdot 70^{2/3} \cdot 10 = 850$ J cioè 86.5 kgm. D'altra parte il lavoro meccanico P•h sarebbe 70•0.50 = 35 kgm. Ciò significa che, anche in condizioni di sforzo moderato, il lavoro metabolico è dominante.

La salita su parete scabrosa è più dispendiosa, energeticamente, perché le gambe (in realtà ciascuna gamba in modo alternato) possono sostenere solo una frazione del peso P mentre la parte restante viene affidata alle braccia. Se, per esempio, questa frazione è 1/2, lo sforzo totale è $Stot = (3+1) \cdot P/2$, avendo moltiplicato per tre lo sforzo trasmesso dalle braccia. Dunque il lavoro totale è $L = k \cdot (2P)^{2/3} \cdot t = 5 \cdot 140^{2/3} \cdot 10 = 1350$ J cioè 137.3 kgm, mentre il lavoro meccanico e invariato.

Nel caso limite di parete priva d'appoggi il peso P è sostenuto tutto dalle braccia, dunque lo sforzo totale è Stot = 3P. Ma siccome la progressione avviene per sollevamenti alternati con le braccia, come fanno i ginnasti quando risalgono una fune, il coefficiente k deve essere vicino al valore massimo, diciamo k = 30. Quindi il lavoro metabolico risulta essere $L = k \cdot (3P)^{2/3} \cdot t = 30 \cdot 210^{2/3} \cdot 10 = 1.06 \cdot 10^5$ J cioè 1081 kgm. Naturalmente si tratta di un valore ipotetico, ma che serve a indicare l'enorme differenza di consumo a seconda degli arti che vengono impegnati e la natura del terreno.

In questi esempi numerici si è calcolato il lavoro durante intervalli di tempo brevi, precisamente 10 secondi, perché solo in questo caso possiamo ragionevolmente supporre che il coefficiente aerobico k e lo sforzo totale Stot siano costanti. Le cose cambiano se vogliamo valutare il consumo complessivo in una salita lunga sulla parete di una montagna perché, siccome il terreno cambia da punto a punto, sia k che Stot variano da istante a istante. In questo caso la legge di Sarrus-Rameau va scritta per elementi di tempo nella forma $L = k \cdot (Stot)^{2/3} \cdot dt$, che vanno sommati (i tecnici dicono integrati) su tutta la durata dell'ascensione. Purtroppo sulla valutazione di k e Stot c'è molta incertezza.



Ancora muri verticali a Ceuse
(foto M. Penasa)

Bibliografia

[1] D'Arcy Thompson W., *On Growth and Form,* Dover Edition, New York (1992).

[2] Diamond, J., *Guns, Germs, and Steel,* Norton, New York (1999).

[3] Hettinger, T., *Isometrisches Muskeltraining,* Georg Thieme, Stuttgart (1968).

[4] Loughman, M., *Learning to Rock Climb,* Sierra Club, San Francisco (1981).

[5] Salomon, J.C., Vigier, C., *Pratique de l'Escalade,* Vigot, Paris (1989).

[6] Sturm, G., Zintl, F., *Sicheres Klettern in Fels und Eis,* BLV, Munchen (1969).

[7] Wilkie, D.R., *Metabolism and body size, Scale effect in animal locomotion* (Y.J. Pedley ed.), London, Academic Press (1977).

[8] Zaciorkij, V.M., *Le qualità fisiche dello sportivo,* Ed. Atletica Leggera, Milano (1976).

[9] Zak, H., Gschwendtner, P., *Sicher Freiklettern,* Rother, Munchen (1972).